



T.C.

BURSA TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
MÜHENDİSLİK VE DOĞA BİLİMLERİ FAKÜLTESİ
MAKİNE MÜHENDİSLİĞİ BÖLÜMÜ

MİLLERİN KRİTİK HIZLARININ TAYİNİ
DENEY FÖYÜ

1. DENEYİN AMACI

1.1.Amaç

Miller belirli hızlara ulaştığında aşırı genlikli eğilme titreşimleri sergilerler. Düzgün bir şekilde kontrol edilmediğinde bu titreşimler milde veya yatakları mesnetlerde tahribata sebep olabilir [1]. Bu deneyde amaç, boyu kesit ölçülerine göre oldukça büyük bir milin kritik hızlarının ve bu hızlarda aldığı özel şekillerin belirlenmesi, bunlara hangi parametrelerin nasıl etki ettiğinin incelenmesidir.

1.2.Giriş

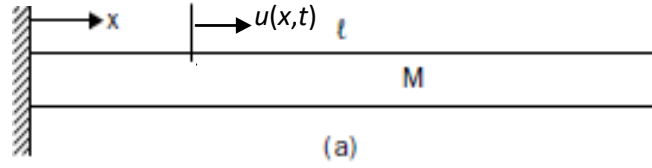
Elastik bir cisim veya böyle cisimlerden meydana gelmiş bir mekanik yapı herhangi bir doğal frekansına eşit ya da çok yakın bir dış uyarı (kuvvet veya moment) ile harekete zorlandığında rezonans denen olay meydana gelir. Rezonans sırasında yapının mekanik enerjisi giderek artar ve yapıda aşırı şekil değiştirme eğilimi görülür. Aşırı şekil değiştirmeler önlenmezse tahribat meydana gelebilir. Rezonans olayının gözlemlendiği bu frekansa cismin doğal frekansı, ilgili frekansta yapının aldığı şekle de titreşim biçimi manasına “mod şekli” denir. Rezonansa sebep olan şey kuvvetin genliğinden ziyade etki etme frekansıdır. Bir köprü üzerinde uygun adımda yürüyen bir dizi insan rezonans meydana getirerek köprüyü yıkabilir. Burada yıkıma sebep olan insan topluluğunun köprüye uyguladığı kuvvetten ziyade aynı frekansta yürümeyle hâsıl olan bu kuvvetin frekansının köprünün doğal frekanslarından biri ile eşleşmesidir. Rezonans ile ilgili internette çok sayıda görsel materyal mevcuttur (mesela bkz.[2-3] ve bunlarla ilgili Şekil 1).



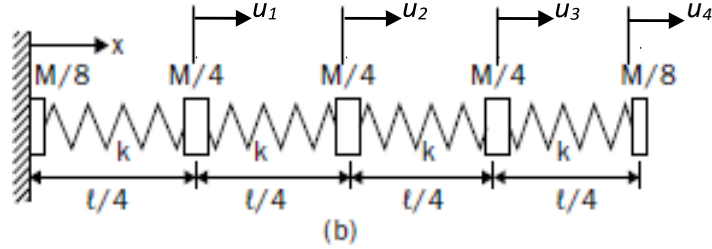
Şekil 1. Rezonans olayı ([2,4])

Doğal frekanslar ve mod şekilleri, teorik olarak, yapıya ait hareket denklemlerinden türetilen özdeğer probleminin çözümüyle bulunurlar. Hareket denklemleri; cisme ait atalet ve elastiklik özellikleri yayılı kabul edildiğinde kısmi diferansiyel denklemler şeklindedir. Buna sürekli model denir. Aynı özellikler yapının belirli noktalarına yoğunlaşmış kabul edildiğinde ayırık model elde edilir. Bu halde hareket denklemleri adi diferansiyel denklem sistemi biçimindedir. Mesela bir ucu sabit, diğer ucu serbest bir çubuğu ele alalım (Şekil 2). Bunun eksen doğrultusundaki şekil değiştirmeleri ile ilgileniyoruz. Çubuğu sürekli bir ortam gibi düşünüp (gerçeğe en yakın olan da budur) Hooke Kanunu'ndan yararlanarak hareket denklemini şekildeki gibi bir kısmi diferansiyel denklem olarak buluruz. Öte yandan, çubuğu beş parçaya bölünmüş ve birbirine yaylarla bağlı kütle-yay sistemi gibi düşünersek, her bir kütle için Newton'un II. Hareket Kanunu'nu uygulayarak bir tane adi diferansiyel denklem yazabiliriz. Bunlar birleştirildiğinde Şekil 2'de gösterilen matris eşitliği elde edilir. Burada $[M]$ içinde kütle ile ilgili terimlerin bulunduğu "kütle matrisi", $[K]$ katılık terimlerini içeren "katılık matrisi" ve $\{u\}$ elemanları u_1, u_2, u_3, u_4 olan deplasman vektörüdür. Toplam dört adet hareketli noktasal kütle olduğundan denklem sayısı dördür. Kütle sayısı arttırıldıkça ayırık modeldeki denklem sayısı da artar ve bu model sürekli olana yaklaşır. Demek ki sürekli model ideal olanı, ayırık model de yaklaşık olanı ifade eder. Fakat pratikte incelenen yapılar bu örnekteki gibi mütevazı geometriye sahip değildir. Bu sebeple, sonlu eleman metodlarıyla oluşturulmuş ayırık modelleri kullanmak kaçınılmazdır. Ansys, Abaqus vb. analiz yazılımları da sonlu eleman yöntemleri ile yapının ayırık modelini elde etme ve çözme esasına dayanırlar.

Sürekli modele ait denklemler çözülürken bir sınır değer problemi elde edilir. Bu problemin çözümü ile sonsuz adet özdeğer ve bunlara karşılık özfonksiyonlar bulunur. Özdeğerler doğal frekanslarla ilgili sayılardır. Özfonksiyon da yapının o frekansta titreşim yaparken alacağı şekli ifade eder. Öte yandan, ayırık model çözülürken bir matris özdeğer problemi elde edilir. Buradaki özdeğerlerin sayısı hareket denklemlerinin sayısı kadardır. Özdeğerler yine doğal frekanslarla ilgili sayılardır. Fakat bu kez mod şekillerini özvektörler temsil ederler.



$$E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$



$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\}$$

Şekil 2. Sürekli ve ayrık modeller

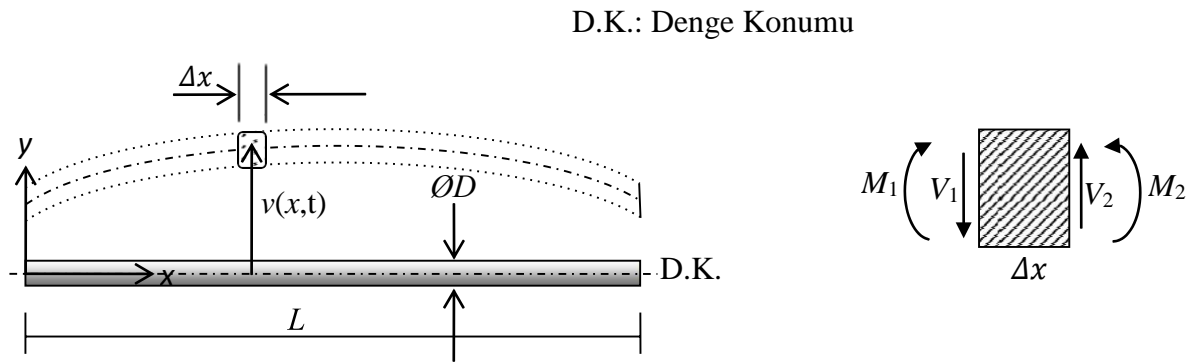
Teorik olarak yapının sonsuz adet doğal frekansı ve mod şekli vardır. Fakat pratikte bunların hepsini hesaplamak veya ölçmek imkânsızdır. Ayrıca tamamını bilmeye gerek de yoktur. Bu sebeple genellikle ilk birkaç tanesini tespit etmek mühendislik uygulamalarında yeterlidir. Bu deneyde de iki ucundan mesnetlenmiş, dairesel kesitli bir milin ilk birkaç mod şekli ve doğal frekansı belirlenecektir. Mil düzgün geometrili, malzeme özellikleri de yeterince homojen dağılımlı olduğundan ve bu halde elde edilen matematik modeli çözmek de mümkün olduğundan mili sürekli bir ortam gibi kabul edip o şekilde modelleme yapacağız. Deney sırasında herhangi bir doğal frekanstaki mod şeklini gözlemek için mili o frekansın karşılık geldiği devir sayısında döndüreceğiz. Bu devir sayısında ilgili mod şekli belirgin bir şekilde açığa çıktığı ve titreşim genlikleri artma eğilimi gösterdiğinden bu devir sayısına “kritik hız” diyeceğiz. Yani milin doğal frekanslarının dev/dk. birimindeki karşılıkları milin kritik hızlarıdır.

2. DENEYİN ÖĞRENME ÇIKTILARI

- Doğal frekans ve rezonans kavramlarını öğrenir.
- Doğal frekanslara etki eden parametreleri öğrenir.
- Titreşim modu kavramını ve bunun doğal frekans ve rezonans ile ilişkisini öğrenir.
- Titreşim modlarına etki eden parametreleri öğrenir.
- Doğal frekans ve titreşim modunun deneyle nasıl gözlenebileceğini öğrenir.

3. TEORİK BİLGİLER VE TANIMLAR

İnceleyeceğimiz mili temsilen Şekil 3'deki çubuğu dikkate alalım. Uzunluğu L , çapı D , elastisite modülü E [N/m²], yoğunluğu da ρ [kg/m³] olsun. Çubuğun xy düzlemi içinde eğilebildiğini kabul edelim. Çubuk başlangıçta kendi ağırlığının etkisi ile azıcık eğilir ve ağırlık kuvvetleri ile mesnetlerdeki ve çubuk içindeki kesit tesirleri (kesme kuvvetleri, eğilme momentleri) dengeye ulaşır. Bu konuma denge konumu diyelim. Hareketi bu konumdan itibaren ölçeceğiz veya gözlemleyeceğiz. Hareket sırasında herhangi bir anda çubuk şekildeki gibi bükülsün. Bu durumda mil üzerinde soldan x kadar uzaklıktaki incecik bir parça (kalınlığı Δx olsun) denge konumundan itibaren y eksenini doğrultusunda $v(x,t)$ kadar ötelenir. Şimdi bu parçacıkla ilgili hareket denklemini çıkarmaya çalışacağız. Bulacağımız denklemin tümevarım ilkesi gereği bütün çubuk için geçerli olacağını kabul edeceğiz. Δx kalınlığındaki kiriş elemanının büyütülmüş hali sağdaki şekilde gösterilmiştir. Buna komşu parçacıklardan V_1 ve V_2 ile gösterilen kesme kuvvetleri ile M_1 ve M_2 ile gösterilen eğilme momentleri etki-tepki prensibine göre tatbik olunmaktadır. Kesit ve malzeme özellikleri çubuk boyunca sürekli dağılımlı olduğunda bu kesit tesirleri de sürekli fonksiyonlar olurlar. Bu durumda, $V_1 = V(x, t)$ dersek, Taylor serisi gereği $V_2 = V(x, t) + \frac{\partial V}{\partial x} \Delta x + YMT$ yazabiliriz. Burada YMT : yüksek mertebeden terimler demektir. Benzer şekilde $M_1 = M(x, t)$ için $M_2 = M(x, t) + \frac{\partial M}{\partial x} \Delta x + YMT$ yazabiliriz.



Şekil 3. Eğilen çubuk

Şimdi şu kabulü yapıyoruz: Δx kalınlığındaki parçacık çubuğun eğilmesi sırasında sadece y doğrultusunda öteleme yapar. Bu kabul modellemeyi kolaylaştırmak içindir. Aslında, parçacık sadece y doğrultusunda öteleme yapmaz, bir miktar z eksenine etrafında dönme hareketi yapar ve kesme kuvvetleri sebebiyle kayma deformasyonuna maruz kalır. Bunlar ilave hareket serbestlikleri olmasına rağmen, modellemede kolaylık açısından bu serbestlikleri ihmal ediyoruz. Çubuk yeterince uzun ve kesit ölçüleri uzunluğa göre oldukça küçük iken bu kabul ilk birkaç mod şekli için yeterince makuldür. Fakat güdük (kısa boylu) çubuklar için bu ihmaller hatalı sonuçlara sevk eder. y doğrultusundaki öteleme hareketi için Newton'un II. Hareket Kanunu uygulanırsa

$$V_2 - V_1 = (\Delta m) \frac{\partial^2 v}{\partial^2 x} \quad (1)$$

bulunur. Burada Δm parçacığın kütlesidir. Çubuğun kesit alanına A dersek $\Delta m = \rho A \Delta x$ olur. Yüksek mertebeden terimleri ihmal edip V_1 ve V_2 için yukarıdaki karşılıklarını yazarsak bu eşitlik

$$\frac{\partial V}{\partial x} = \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (2)$$

haline gelir. Parçacığın z eksenine etrafında dönmediğini kabul etmiştik. Bu durumda z eksenine göre toplam moment sıfır olur. Buradan $M_2 - M_1 + V_2 \Delta x = 0$ eşitliği bulunur. Kesit tesirlerinin fonksiyon karşılığı yazıldığında söz konusu eşitlik

$$\frac{\partial M}{\partial x} \Delta x + V \Delta x + \frac{\partial V}{\partial x} (\Delta x)^2 = 0 \quad (3)$$

haline gelir. Şimdiye kadar Δx sonlu bir nicelik olarak dikkate alındı. Şimdi bunu iyice küçültüp limitte sıfıra götürelim. Bu durumda Δx in karesi iyice küçülüp yok olur ve (3) eşitliği

$$V = - \frac{\partial M}{\partial x} \quad (4)$$

halini alır. Bu, mukavemetten bildiğimiz bir özelliktir; kesme kuvveti eğilme momentinin türevidir. Öndeki eksi işareti kesit tesirleri için seçilen yönlerle alakalıdır; yönleri farklı seçseydik sonuç artı çıkardı. Öte yandan, yine mukavemetten eğilme momenti ile elastik eğrinin eğriliği arasında $M = EI \left(\frac{d^2 v}{dx^2} \right)$ bağıntısının olduğunu biliyoruz. Burada I kesitin z eksenine göre alan atalet momentidir. Bunu kullanır ve (4) eşitliğini de (2) de yazarsak

$$EI \frac{\partial^4 v}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = 0 \quad (5)$$

eşitliğine ulaşırız. Bu ifade üniform ve malzemece homojen bir çubuğun serbest eğilme titreşimini ifade eden hareket denklemdir. Matematiksel olarak dördüncü mertebeden, lineer, homojen bir kısmi diferansiyel denklemdir. Bu tip denklemlerin çözümü için değişkenlere ayırma yaklaşımı sıkça uygulanır. Buna göre çözüm $v(x, t) = Y(x)T(t)$ şeklinde kabul edilir. Yani çubuk üzerindeki x noktasının t anındaki ötelemesi sadece x in bir fonksiyonu ile sadece t nin bir fonksiyonunun çarpımı olarak varsayılır. Bu ifade denklemde yerine yazılıp eşitliğin her iki tarafı YT ile bölünürse

$$EI \frac{d^4 Y}{dx^4} + \rho A \frac{d^2 T}{dt^2} = 0 \quad (6)$$

elde edilir. Bunu biraz daha düzenlediğimizde

$$\frac{EI}{\rho A} \frac{d^4 Y}{dx^4} = - \frac{d^2 T}{dt^2} = \lambda \quad (7)$$

şeklinde de yazabiliriz. (6) eşitliğindeki ilk terim sadece x in fonksiyonu, ikinci terim ise sadece t nin bir fonksiyonudur. Farklı bağımsız değişkenleri ihtiva eden bu iki terim ancak ortak bir λ sayısına eşit olduğunda (6) eşitliği (7)'deki gibi yazılabilir. λ sayısının değerini bulmadan evvel işaretinin ne olduğunu anlamaya çalışalım. Bunun için aşağıdaki üç durumu tek tek inceleyelim:

a) $\lambda < 0$ olsun. w bir reel sayı olmak üzere $\lambda = -w^2$ yazabiliriz. Şu halde (7) eşitliğinden $\ddot{T} - w^2 T = 0$ buluruz (üstteki iki nokta zamana göre ikinci mertebeden türevi temsil eder). Bu eşitlik 2. mertebeden, sabit katsayılı, homojen bir adi diferansiyel denklemdir. Bunun çözümü $T = Ae^{wt} + Be^{-wt}$ şeklindedir. A ve B sayıları integral sabitleridir. $t \rightarrow 0$ limitinde T de sonsuza gider. Bunun manası, $v(x, t) = Y(x)T(t)$ eşitliği gereği x noktasındaki titreşim genliğinin de sonsuza gitmesidir. Bu ise serbest titreşim yapan bir sistem için imkânsızdır.

b) $\lambda = 0$ olsun. Bu durumda $\ddot{T} = 0$ ve buradan $T = At + B$ elde edilir. Yine $t \rightarrow \infty$ limitinde T de sonsuza gittiği için aynı gerekçeyle bu halin de muhal olduğu ortaya çıkar.

c) $\lambda > 0$ olsun. Mesela $\lambda = w^2$ yazabiliriz. Şu halde $\ddot{T} + w^2 T = 0$ ve buradan $T = Ae^{iwt} + Be^{-iwt}$ bulunur. Euler formülü yardımıyla bunu $T = A \cos(wt) + B \sin(wt)$ şeklinde ifade edebiliriz. İşte bu çözüm mantıklıdır, zira serbest titreşim yapan bir sistemde hareketin zamanla değişiminin harmonik olması gözlemlerimizle de uyumludur.

Demek ki (7) eşitliğindeki λ sayısı pozitif bir sayıdır. Peki bu sayının değeri nedir? Bunu tayin

etmek için ilgili eşitliğin bu kez sol tarafı ile meşgul olmalıyız. İlgili kısmı $Y'''' - a^4Y = 0$ biçiminde yazabiliriz. Burada $a = \left(\frac{w^2 \rho A}{EI}\right)^{\frac{1}{4}}$ olarak tanımlanmıştır. Y cinsinden bu eşitlik 4. mertebeden, lineer, homojen, sabit katsayılı bir adi diferansiyel denklemdir. Bunun çözümünün

$$Y(x) = C_1 \cos(ax) + C_2 \sin(ax) + C_3 \cosh(ax) + C_4 \sinh(ax) \quad (8)$$

şeklinde olduğunu biliyoruz. Eşitlikteki C_i ($i = 1,2,3,4$) katsayıları integral sabitleridir. Bunları bulmak için çubuğun sınır şartlarını dikkate almamız gerekiyor. Mesela, çubuğun iki ucu basit mesnetli olsun. Bunu deney düzeneğinde de gerçekleştirebiliriz. Basit mesnette sehim (çökme) sıfırdır. Ayrıca, bu mesnette çubuk eğilme sebebiyle serbestçe dönebilir. Başka bir ifadeyle, dönmesine mani olan bir moment yoktur. Şu halde sınır şartları

$$x = 0 \text{ için } v(0, t) = 0, EI \frac{\partial^2 v(0, t)}{\partial x^2} = 0; \quad x = L \text{ için } v(L, t) = 0, EI \frac{\partial^2 v(L, t)}{\partial x^2} = 0 \quad (9)$$

şeklinindedir. $v(x, t) = Y(x)T(t)$ olduğu hatırlanırsa (9) eşitliği

$$x = 0 \text{ da: } Y(0) = 0, Y''(0) = 0 \quad \text{ve} \quad x = L \text{ de: } Y(L) = 0, Y''(L) = 0 \quad (10)$$

olarak da yazılabilir. (10) eşitliğindeki bu dört sınır şartı (8) ifadesine uygulandığında

$$\left. \begin{array}{l} C_1 + C_3 = 0 \\ -C_1 + C_3 = 0 \\ C_1 \cos(aL) + C_2 \sin(aL) + C_3 \cosh(aL) + C_4 \sinh(aL) = 0 \\ -C_1 \cos(aL) - C_2 \sin(aL) + C_3 \cosh(aL) + C_4 \sinh(aL) = 0 \end{array} \right\} \quad (11)$$

eşitlikleri hasıl olur. Gerçi bu halde (11)'deki eşitlikler kolayca çözümlenip C_i katsayıları bulunabilir ama en genel halde, özellikle başka tipte sınır şartları için, ilgili eşitlikleri matris halinde yazmak adettendir. Biz de öyle yapalım:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(aL) & \sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \\ -\cos(aL) & -\sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (12)$$

(12) eşitliği bir homojen denklem sistemidir. Böyle bir denklem sisteminin standart çözümü bilinmeyenlerin tamamının sıfır olması halidir; C_i ($i = 1,2,3,4$). Lakin bu durumda $Y = 0$ olur. Bu ise titreşim hareketinin genliğinin daima sıfır olmasını intac eder. Hâlbuki titreşim hareketi yapan bir sistemde böyle bir şey olamaz. Şu halde homojen denklem sisteminin sıfırdan farklı bir

çözümü olmalıdır. Bu ise, matematikten öğrendiğimize göre, katsayılar matrisinin determinantının sıfır olmasını iktiza eder:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ \cos(aL) & \sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \\ -\cos(aL) & -\sin(aL) & \cosh(aL) & \sinh(aL) \end{vmatrix} = 0 \quad (13)$$

Bu determinant açılırsa $\sin(aL) \sinh(aL) = 0$ bulunur. Buradan ya $\sin(aL) = 0$ ya $\sinh(aL) = 0$ yahut ikisi birlikte sıfır sonucu ortaya çıkar. Fakat $\sinh(aL)$ fonksiyonu yalnız $a = 0$ iken sıfır olur. $a = \left(\frac{w^2 \rho A}{EI}\right)^{\frac{1}{4}}$ olduğu hatırlanırsa $a = 0$ halinde $w = 0$ 'dır. Bu ise $\lambda = 0$ demektir. Hâlbuki λ nın sıfır olamayacağını yukarıda gösterdik. Demek ki (13) eşitliğinin açılımından $\sin(aL) = 0$ sonucu ortaya çıkar. Sinüs fonksiyonu sadece 0 da ve π nin tamsayı katlarında sıfıra eşit olur. $a = 0$ halini yukarıdaki gerekçe ile göz ardı ederek

$$aL = n\pi, \quad n = 1,2,3, \dots \infty \quad (14)$$

yazabiliriz. Demek ki (13) eşitliğini sağlayan tek bir a sayısı yoktur, aksine sonsuz adet a sayısı vardır. Her bir a için bir w hesaplayabildiğimize göre

$$\boxed{a_n = \frac{n\pi}{L}, \quad w_n = \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \left(\frac{rad}{s}\right), \quad n = 1,2,3, \dots \infty} \quad (15)$$

yazabiliriz. İşte buradaki w_n sayılarına iki ucu basit mesnetli çubuğun doğal frekansları denir. Görüldüğü gibi bunların sayısı sınırsızdır. (11) eşitliğine tekrar bakarsak $C_1 = C_3 = 0$ olduğunu görürüz. Geriye iki denklem kalır. Herhangi bir a_n için bu denklemler

$$\left. \begin{aligned} C_2 \sin(a_n L) + C_4 \sinh(a_n L) &= 0 \\ -C_2 \sin(a_n L) + C_4 \sinh(a_n L) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

şeklindedir. İki denklem toplanırsa $C_4 \sinh(a_n L) = 0$ sonucu ortaya çıkar. \sinh fonksiyonu sadece $a=0$ için sıfır olduğundan C_4 'ün daima sıfır olması gerektiği anlaşılır. C_2 de sıfır olamayacağına göre (8) eşitliğindeki $Y(x)$ fonksiyonu $Y(x) = C_2 \sin(ax)$ şeklindedir. w ve dolayısıyla a sayıları sınırsız adet olduğundan her bir w ya karşılık bir Y fonksiyonu vardır:

$$\boxed{Y_n(x) = \sin(a_n x) \rightarrow Y_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L} x\right), \quad n = 1,2,3, \dots \infty} \quad (17)$$

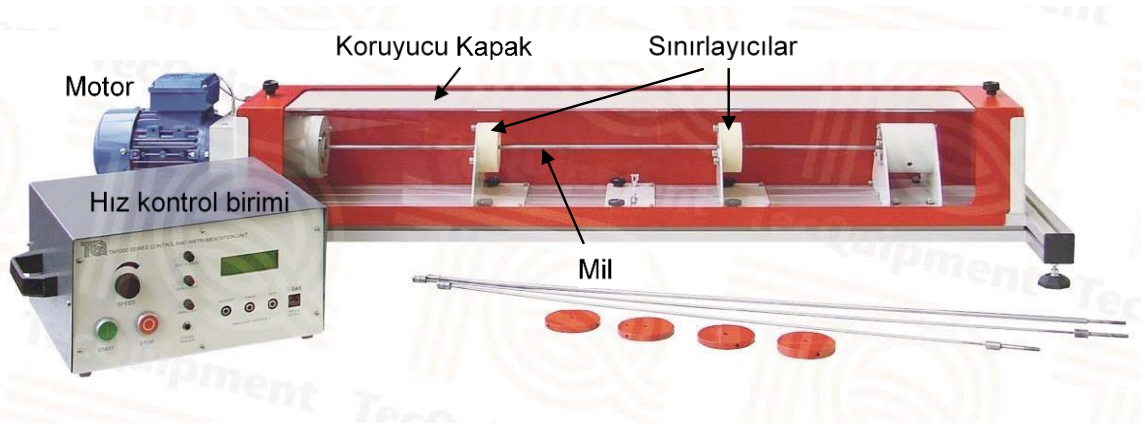
Burada C_2 sayısını birim aldık. Çünkü bu sayı fonksiyonun şeklinden ziyade genliğini değiştirir. Demek ki birinci doğal frekansta titreşirken çubuğun şekli $\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ fonksiyonuna, ikincide $\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$ fonksiyonuna, üçüncüde $\sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right)$ fonksiyonuna... benziyor. Denede ölçülen kritik hızlar dev/dk. biriminde olduğundan (15) eşitliğindeki doğal frekans formülünü dev/dk. biriminde yazmak daha makuldür:

$$\Omega_n = \frac{60}{2\pi} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \left(\frac{dev}{dk}\right), \quad n = 1, 2, 3, \dots \infty \quad (18)$$

4. DENEYİN YAPILIŞI

4.1. Deney Tesisatı

Deney tesisatının temel bileşenleri Şekil 4’de gösterilmiştir.



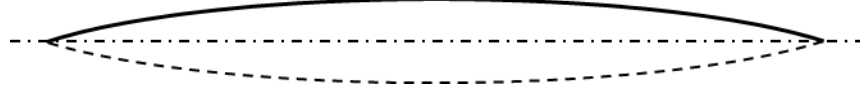
Şekil 4. Deney tesisatı

Mil dolu daire kesitli, boyu çapına göre oldukça uzun kalın bir tel şeklindedir. Denede kullanılan tipik bir milin mesnetler arası mesafesi 75 cm, çapı 3 mm, birim boydaki ağırlığı 0.579 N/m ve elastisite modülü 207 GPa’dır. Aynı malzeme özelliklerine sahip 6 ve 7 mm çaplı başka numuneler de mevcuttur. Hız kontrol birimi ile motor hızı ve motora bağlı milin açısal hızı istenilen devire getirilebilir. Basit mesnetleme şartlarını mümkün olduğunca sağlamak için küresel rulmanlı yatak

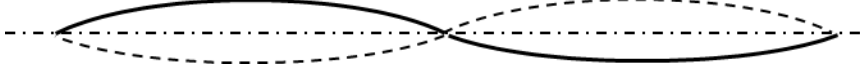
kullanılmıştır. Ara elemanlar yardımıyla ankastre ve serbest sınır şartları da oluşturulabilir. Devir sayısının ölçümü için dijital bir takometre bulunmakta, hız kontrol biriminin ekranından bu sayı dev/dk. olarak okunabilmektedir. Deney yapabilmek için kapağın kapatılması ve üstteki vidalarının sıkılması gerekmektedir. Bu, güvenlik amaçlı bir tedbirdir.

4.2.Deneyin Yapılışı

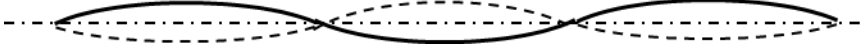
İki ucu basit mesnetli mil için deney aşamalarını izah edelim. Zira diğer sınır şartlarında da benzer bir süreç uygulanır. Üst kapak kapatılıp motor hızı kontrol ünitesinden yavaşça arttırılır. Deneyde mili kendi eksenini etrafında döndürmemizin sebebi mildeki çok küçük düzgünsüzlükler sebebiyle mili eğmeye zorlayan merkezkaç kuvvetleri ortaya çıkarmaktır. Bu kuvvetlerin frekansı (yani milin o anki devir sayısı) ile milin doğal frekansları çakıştığında ilgili doğal frekanstaki mod şekli ortaya çıkar. Milin açılma hızı sıfırdan itibaren arttırıldıkça bir süre sonra milin görünümü Şekil 5'deki gibi olur. (17) eşitliğinde $n=1$ gereği mil yarım bir sinüs dalgasına benzer. Fakat mil kendi eksenini etrafında döndüğünden görüntüsü Şekil 5'deki gibi bir bombe biçiminde olur. Rezonans frekansına yaklaştıkça bu şekil belirginleşir ve titreşim genlikleri aşırı artma eğilimi gösterir. Buna bağlı olarak deney tesisatından çevreye yayılan gürültünün düzeyi de artar. Bu halde kaydedilen devir sayısı birinci kritik hızdır. Milin açılma hızı arttırılmaya devam edilirse mil kendini toplar, titreşim genlikleri azalarak milin görüntüsü düz bir çizgiye benzer. Hız arttırılmaya devam edilirse bir süre sonra milin görüntüsü Şekil 6'dakine benzemeye başlar. (17) eşitliğinde $n=2$ alınırsa bunun tam bir sinüs dalgası olduğu anlaşılır. Fakat mil kendi eksenini etrafında döndüğünden bunu Şekil 6'daki gibi iki bombeli bir geometri olarak görürüz. Milin tam orta noktasında titreşim genliği sıfır (buna düğüm noktası denir), uzunluğun $\frac{1}{4}$ ve $\frac{3}{4}$ ünde genlikler maksimumdur. Bu anda kaydedilen hız ikinci kritik hızdır. Hız daha da arttırıldığında mil yine kendini toparlayarak düz bir çizgiye dönüşür. Hız arttırılmaya devam edilirse milin bu kez Şekil 7'dekine benzediği görülür. Bu durum (17) ifadesinde $n=3$ durumuna karşılık gelir. Yani mil bir buçuk sinüs dalgası görünümündedir. Uzunluğun $\frac{1}{3}$ ve $\frac{2}{3}$ ünde birer tane düğüm noktası oluşmuştur. Benzer şekilde daha yüksek mertebeden mod şekilleri belirlenir. Ancak, deneyde kullanılan motorun hızını sınırsız arttırmak mümkün değildir. Dolayısıyla daha yüksek mertebeden modlar gözlemlenemeyebilir.



Şekil 5. $n=1$ için mod şekli



Şekil 6. $n=2$ için mod şekli



Şekil 7. $n=3$ için mod şekli

5. RAPOR İÇİN İSTENENLER

- Yaptığınız deneyde ölçtüğünüz kritik frekanslarla hesaplananlar arasındaki farklılığı/yakınlığı irdeleyiniz.
- Titreşim modunu nasıl gözlemlediğinizi, neden böyle bir yaklaşım uyguladığınızı izah ediniz.
- Deney föyündekinden başka bir sınır şartı için (her grup için ayrı ayrı belirtilecek) kritik frekansları hesaplayıp deneydekilerle karşılaştırınız/yorumlayınız.

6. KAYNAKLAR

[1] TM1001 Whirling of Shafts User Guide, TecQuipment Ltd 2011

[2] <https://www.youtube.com/watch?v=joS6kfjuKQo>

[3] <https://www.youtube.com/watch?v=uWoiMMLIvco>

[4] <http://spectrum.ieee.org/geek-life/tools-toys/learning-from-failure>